

# **Vieja infraestructura financia nueva infraestructura**

Un modelo de crecimiento de generaciones  
traslapadas para reciclaje de activos públicos

Roberto Muñoz  
Sergio Hinojosa  
Patricio Mansilla  
Juan Luis Gómez Reino  
Gerardo Reyes-Tagle

# **Vieja infraestructura financia nueva infraestructura**

Un modelo de crecimiento de generaciones traslapadas  
para reciclaje de activos públicos

Roberto Muñoz  
Sergio Hinojosa  
Patricio Mansilla  
Juan Luis Gómez Reino  
Gerardo Reyes-Tagle

**Catalogación en la fuente proporcionada por la  
Biblioteca Felipe Herrera del  
Banco Interamericano de Desarrollo**

Vieja infraestructura financia nueva infraestructura: un modelo de crecimiento de generaciones traslapadas para reciclaje de activos públicos / Roberto Muñoz, Patricio Mansilla, Sergio Hinojosa, Juan Luis Gómez Reino, Gerardo Reyes-Tagle.  
p. cm. — (Documento de trabajo del BID ; 1165)  
Incluye referencias bibliográficas.

1. Infrastructure (Economics)-Finance-Econometric models. 2. Assets (Accounting)-Econometric models. I. Muñoz, Roberto. II. Mansilla, Patricio. III. Hinojosa, Sergio. IV. Gómez Reino, Juan Luis. V. Reyes-Tagle, Gerardo. VI. Banco Interamericano de Desarrollo. División de Gestión Fiscal. VII. Serie.

IDB-WP-1165

<http://www.iadb.org>

Copyright © 2021 Banco Interamericano de Desarrollo. Esta obra se encuentra sujeta a una licencia Creative Commons IGO 3.0 Reconocimiento-NoComercial-SinObrasDerivadas (CC-IGO 3.0 BY-NC-ND) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/igo/legalcode>) y puede ser reproducida para cualquier uso no-comercial otorgando el reconocimiento respectivo al BID. No se permiten obras derivadas.

Cualquier disputa relacionada con el uso de las obras del BID que no pueda resolverse amistosamente se someterá a arbitraje de conformidad con las reglas de la CNUDMI (UNCITRAL). El uso del nombre del BID para cualquier fin distinto al reconocimiento respectivo y el uso del logotipo del BID no están autorizados por esta licencia CC-IGO y requieren de un acuerdo de licencia adicional.

Nótese que el enlace URL incluye términos y condiciones adicionales de esta licencia.

Las opiniones expresadas en esta publicación son de los autores y no necesariamente reflejan el punto de vista del Banco Interamericano de Desarrollo, de su Directorio Ejecutivo ni de los países que representa.



## Resumen\*

En el presente trabajo se modela la existencia de los llamados “activos reciclables” de infraestructura y se muestra cómo este tipo de activos contribuye al crecimiento económico. Los activos reciclables son aquellos que generan un flujo de ingresos por el pago proveniente de su utilización, a través de la delegación contractual de dichos activos al sector privado para su operación y mantenimiento. El modelo propone: a) que la administración privada de los activos permitiría extender su vida útil y b) que el reciclaje de activos puede contribuir a relajar la restricción de financiamiento del Estado, facilitando la monetización de flujos cuya existencia no era evidente, y ampliando así las posibilidades de financiamiento de nueva infraestructura. El modelo concluye que el reciclaje de activos contribuiría a incrementar el crecimiento económico.

**Códigos JEL:** C62, D15, H54, O41

**Palabras clave:** modelos de crecimiento endógeno, generaciones traslapadas y reciclaje de activos

---

\* Contactos: Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Ingeniería Comercial, email: [roberto.munoz@usm.cl](mailto:roberto.munoz@usm.cl) y [rmunoz@ikonscorp.com](mailto:rmunoz@ikonscorp.com); IKONS, email: [shinojosa@ikons.cl](mailto:shinojosa@ikons.cl); IKONS, email: [pmansilla@ikonscorp.com](mailto:pmansilla@ikonscorp.com); Banco Interamericano de Desarrollo (BID), email: [jgomezreino@iadb.org](mailto:jgomezreino@iadb.org); BID, email: [gerardor@iadb.org](mailto:gerardor@iadb.org). Los autores agradecen los comentarios de Phillip Keefer. Asimismo, reconocen el excelente apoyo de investigación de Carolina Silva.

## 1. Introducción

El reciclaje de activos es un proceso en el cual un gobierno (nacional o subnacional) concesiona, arrienda o genera con el sector privado contratos de asociación público-privada (APP) de activos públicos con la finalidad de reinvertir los recursos derivados de estos procesos de concesión o arriendo en nuevos proyectos de infraestructura. Es decir, la “vieja” infraestructura financia la nueva.

Comparada con la modalidad tradicional de APP aplicada a nuevos proyectos, el reciclaje presenta importantes diferencias. En primer lugar, el proyecto público de referencia se conoce en detalle, ya que se trabaja con infraestructura pública en operación. Como resultado, los riesgos asociados a la transacción se pueden identificar de manera más clara (y se eliminan en su mayor parte los riesgos ligados a la construcción). Segundo, en contraposición a los proyectos nuevos implementados de forma tradicional, la consideración positiva de la sociedad puede ser más importante en el caso de esta modalidad, en la que se pasa a tarifificar activos que previamente se financiaban de manera menos visible (impuestos, etc.). Finalmente, el elemento esencial y foco del reciclaje no es la construcción en sí de la infraestructura, sino la intervención del sector privado como operador, interesado en mantener de manera adecuada el activo en el largo plazo para asegurar los rendimientos esperados de la vinculación contractual

En lo que podría calificarse como la experiencia más completa y mejor estructurada desde el punto de vista institucional a nivel internacional, entre 2014 y 2017 el gobierno de Australia asignó cerca de US\$3.000 millones billones a su programa de reciclaje de activos a través de los gobiernos estatales del país, con buenos resultados en la movilización de nuevos fondos para reinversión. Posiblemente la primera experiencia regional en reciclaje de activos sea el rescate de las empresas operadoras de las autopistas concesionadas que realizó en 1997 el gobierno de México a través de una compra pública. Mediante un fideicomiso, las carreteras ya construidas se fueron traspasando nuevamente al sector privado a través de un esquema de pagos al Estado, y esos recursos permitían ir financiando nueva infraestructura. En Chile, en la década de 1990 se introdujo un esquema de monetización de activos existentes en diferentes tramos carreteros de la principal ruta del país y también en un programa de concesiones viales urbanas de Santiago. Además, en 2018 Chile creó el Fondo de Infraestructura, a través de la monetización y el posterior reciclaje de los valores residuales de infraestructura concesionada. De acuerdo con González e Hinojosa (2016), la idea es que el Fondo reciba los derechos de los valores residuales de un grupo de concesiones, principalmente viales y aeroportuarias, que se encuentran actualmente concesionadas al sector privado y también valores residuales de futuras concesiones por adjudicar (véase también Mansilla y Vassallo, 2020).

En varios países de la región, cada vez con mayor frecuencia, el reciclaje de activos se presenta como una alternativa interesante para el financiamiento de nueva infraestructura. En aquellos países en los que hasta 2014 los altos precios de las materias primas permitieron mantener tasas de inversión pública de hasta el 12% del producto interno bruto (PIB, como Ecuador o Bolivia, esta modalidad puede servir para apalancar parte de los cerca de US\$80.000 millones y US\$40.000 millones, respectivamente, de formación bruta de capital fijo para atender las necesidades actuales en un contexto de reducido acceso al financiamiento. En Ecuador ya se ha puesto en marcha, con apoyo del BID, una política

pública orientada al reciclaje y la monetización de activos públicos del Estado en los sectores de energía, transporte y proyectos inmobiliarios.

En otros países, como Costa Rica, que recientemente ha hecho pública una iniciativa de reciclaje de activos, la conjunción de bajas tasas de inversión con un contexto fiscal de alto déficit y deuda creciente, empujan a la búsqueda de nuevas fuentes de financiamiento para proyectos largamente retrasados. Así, en 2018 se modificó la Ley de Concesiones, para dar lugar a la figura de “optimización de activos de infraestructura” como uno de los posibles contratos administrativos. Esto debe facilitar la concesión de infraestructura existente bajo el esquema descrito.

Por último, de acuerdo con la misma idea seminal de Chile relativa al Fondo de Infraestructura, en Colombia se ha creado recientemente un marco legal para implementar el reciclaje de activos. En diciembre de 2019, dentro de la reforma tributaria se incluyó la posibilidad de implementar dicho reciclaje. Luego, mediante el Decreto 277 del Ministerio de Hacienda y Crédito Público se creó el Fondo Nacional de Desarrollo de Infraestructura (FONDES), cuyo patrimonio estará constituido, entre otros recursos, por el valor residual de concesiones, según se consigna en el propio Decreto.

A pesar del intuitivo reclamo de la modalidad y de unas primeras experiencias prometedoras, el reciclaje de activos no cuenta todavía con una formulación teórica que ayude a comprender cómo esta estrategia colaboraría con el crecimiento económico y ayudaría a obtener espacio fiscal para la reinversión en nueva infraestructura.

El objetivo de este trabajo es contribuir a llenar este vacío, desarrollando un modelo teórico de activos reciclables que demuestre que la modalidad puede, en efecto, servir al crecimiento económico. Para tal fin, se propone un modelo de crecimiento que es una variante de Agénor (2013), en el cual se supone que la infraestructura pública puede obtenerse de dos fuentes: como una inversión directa del Estado o a través de inversionistas privados. En este segundo caso, el privado se financia mediante el cobro directo a los usuarios. Además, se asume que es el Estado el que decide el uso de tales recursos y que este último, luego de pagar la construcción (si se requiere), así como la operación y el mantenimiento de la infraestructura (por ejemplo, a través de una concesión), utiliza los recursos restantes (por ejemplo, los valores residuales de aquellas concesiones) dentro del sector. Ello para reflejar el concepto de reciclaje de activos, de acuerdo con el cual la antigua infraestructura (o, para ser más precisos, la infraestructura programada) financia la nueva. Hacia el final del documento, se argumenta también que en este proceso los privados logran una vida útil mayor para la infraestructura que cuando es administrada por el Estado.

Finalmente, cabe mencionar que se ha evitado complicar el modelo más allá de lo requerido para reflejar los elementos fundamentales que definen a un activo reciclable. Asimismo, se ha obviado intencionalmente entrar en la discusión de la tarificación del activo, pues esta puede diferir de un activo a otro; sin embargo, en la medida en que la operación del activo genere beneficios, se puede asumir que un activo es factible de ser reciclado. En este sentido, cabe recalcar que no es este un artículo que busque definir niveles tarifarios para el uso eficiente de un activo: lo que se procura es mostrar que una política de activos reciclables puede contribuir al crecimiento económico.

En lo que sigue el documento se organiza de la siguiente manera: la segunda sección presenta una revisión bibliográfica; en la tercera se desarrolla el modelo teórico; y en la cuarta se establecen las principales implicaciones del reciclaje de activos de infraestructura para el crecimiento económico. Por último, en la quinta sección se detallan las principales conclusiones, a las cuales le siguen la bibliografía y un anexo metodológico.

## **2. Revisión bibliográfica**

Por tratarse de un enfoque relativamente nuevo, no hay suficiente literatura sobre el reciclaje de activos de infraestructura pública. Sin embargo, existen desarrollos teóricos sobre los que se puede construir el modelo propuesto, y alguna evidencia empírica proveniente de distintos casos en el mundo en donde se ha implementado la modalidad. En términos de investigación aplicada, el caso más relevante es el australiano, mencionado en la introducción, el cual ha sido documentado, entre otros, por Marsh&McLennan (2018) y por el Departamento del Tesoro del Gobierno de Australia (2019). Otro ejemplo de trabajos específicos que abordan indirectamente el reciclaje de activos se encuentran en Gómez, Hinojosa y Mascle-Allemand (2018) y Mascle-Allemand, Hinojosa y Gómez (2020), quienes muestran que habría disposición a pagar por un activo que tradicionalmente ha sido provisto sin cobro, pero cuya existencia es valorada por la comunidad.

Como indica Lucas (1993), la teoría del crecimiento económico se ha preocupado de poder entender las razones o los factores que explican el crecimiento sostenido de los ingresos per cápita y las diferencias de ese crecimiento entre países, utilizando modelos de crecimiento exógenos y endógenos. Los modelos de crecimiento exógenos, que han sido los primeros en aparecer en la literatura, explicaban el crecimiento usando los factores productivos trabajo y capital. Dichos modelos enfatizan el progreso tecnológico como factor determinante para explicar el crecimiento económico de largo plazo, de manera conjunta con las diferencias de productividad entre países, y en la mayoría de los análisis mantienen el supuesto de que la tasa de depreciación del capital es constante y completa (Harrod, 1939; Domar, 1946; Solow, 1956; Swan, 1956). Por su parte, Phelps (1961) desarrolla la regla de oro de la acumulación de capital, que en términos simples indica que, a través de una cierta tasa de ahorro, es posible maximizar el consumo total y per cápita. A pesar de la importancia de estas contribuciones, los modelos exógenos de crecimiento no permitían explicar el crecimiento a largo plazo de forma continua; debido a ello, surgen los modelos de crecimiento endógeno.

Los modelos de crecimiento endógeno pueden clasificarse en tres áreas. El primer conjunto agrupa aquellos que plantean que el capital asignado a innovación (conocimiento, capital humano e investigación y desarrollo) genera retornos crecientes a escala. La inteligencia artificial, y el desarrollo de la web y de la nueva economía se consideran factores de desarrollo tecnológico y de conocimiento capaces de generar un crecimiento sostenido en el tiempo, principalmente por su aporte en investigación, tecnología y desarrollo de capital humano.

En esta área se encuentran modelos como los de Romer (1986), Lucas (1988), Rebelo (1991), Aghion y Howitt (1992) y de manera particular los modelos con tecnología AK. En los modelos AK la función de producción de la economía tiene la forma  $Y=AK$ . En esta

expresión matemática,  $Y$  es el producto interno bruto,  $A$  es un componente que refleja los factores que afectan a la tecnología y  $K$  incluye el *stock* de capital humano de la sociedad, los conocimientos adquiridos y acumulados por este país y el nivel de capital físico disponibles en la economía. Estos modelos asumen que no existen retornos decrecientes con respecto al capital total existente  $K$ , porque se supone que el mismo representa la sumatoria de distintos componentes de capital y a la vez que se invoca la hipótesis de la existencia de algún tipo de externalidades en la producción entre los diferentes componentes del capital agregado, lo cual puede cancelar los retornos decrecientes factibles de observarse inicialmente con respecto al capital físico.

El segundo grupo comprende aquellos modelos cuyo factor más importante es la eficiencia del capital, la cual se ve influida por el gasto del gobierno, las tasas de interés, el tipo de cambio y la inflación. En este grupo se encuentran modelos como los de Barro (1990) y Barro y Sala-i-Martin (2004). Una tercera área, de desarrollo más reciente, congrega los modelos que apuntan a explicar las diferencias en el crecimiento en función de las diferencias en las instituciones económicas entre los países, y los incentivos que dichas instituciones crean para la consecución de los objetivos económicos (Acemoglu, Johnson y Robinson, 2005).

La pregunta fundamental que motiva este trabajo es investigar cómo el reciclaje de activos afecta el crecimiento económico. En este sentido, un aporte fundamental es el de Licandro et al. (2001), quienes estudian el rol del capital sobre el crecimiento, en presencia de costos de mantenimiento y depreciación. Oulton (1995) y Berden y van Marrewijk (2001) presentan otras iniciativas relevantes para estudiar el rol del capital sobre el crecimiento. Un artículo más reciente en esta línea lo constituye el de Patriarca y Sardoni (2014), quienes trabajan con un modelo de depreciación endógena en la cual la tasa de depreciación del capital es una función creciente del grado de la capacidad de utilización.

Las investigaciones anteriores mostraron un diferencial a favor de la inversión pública en el sector infraestructura sobre el crecimiento. En efecto, cabe señalar que, si bien los economistas desde décadas atrás han sostenido que el *stock* de capital público es un insumo de gran importancia en la producción total de los países, dicha relación no comenzó a analizarse de manera formal hasta que lo hizo Aschauer (1989a, 1989b y 1989c). Los trabajos de este autor tuvieron como objetivo estudiar los efectos del declive de la inversión pública a finales de la década de 1960 en la reducción de la productividad de Estados Unidos y otros países desarrollados que comenzó a experimentarse a partir de 1973.<sup>1</sup>

Sin embargo, por diversas razones, se ha hecho evidentes los potenciales beneficios de la participación privada en proyectos de infraestructura pública, lo que ha motivado un gran interés en las llamadas APP. Este interés ha dado lugar a una creciente literatura, enfocada en cómo viabilizar en la práctica la participación privada en la provisión de infraestructura

---

<sup>1</sup> Para una amplia revisión de la literatura sobre los impactos de la infraestructura pública y el crecimiento económico, vale consultar Munnell (1992); Gramlich (1994); Cantú (2017) y Timilsina et al. (2020), este último de emergencia más reciente.

pública (véanse, por ejemplo, Yescombe y Farquharson, 2018; Lee et al., 2018 o Yuan y Li, 2017). De modo complementario, una sección de la literatura ha intentado contribuir a la teoría de las finanzas públicas acomodando los requerimientos presupuestarios de un sector, el de infraestructura, que requiere un manejo más acorde a las particularidades del tipo de proyectos que debe emprender. Por ejemplo, Frow, Marginson y Ogden (2010) introducen el concepto de *continuous budgeting* para lidiar con un proyecto que requiere flexibilidad en su presupuesto, cumpliendo con estándares contables. Por su parte, Giglio, Friar y Crittenden (2018) argumentan que con la introducción de proyectos de APP resultaría más simple hacer coincidir los necesarios planes de mantenimiento con la vida útil de la obra.

Asimismo, dado que los proyectos de infraestructura con frecuencia requieren profundizar el mercado financiero para viabilizar la inversión privada, un impacto positivo en el crecimiento puede ser consecuencia de esta profundización y no de la disponibilidad de nueva infraestructura. Por ejemplo, King y Levine (1993) demuestran que existe una causalidad entre el “desarrollo” de los mercados de capitales y financieros y el crecimiento económico de largo plazo de los países, lo cual, además, tiene un efecto notable en la eficiencia de la asignación de recursos de una economía y la completitud de los mercados.

Entre las publicaciones acerca del impacto de la profundización del sistema financiero sobre el crecimiento (para distinguirlo del impacto que pudiera tener el reciclaje de activos) cabe citar los trabajos de Allen et al. (2004), quienes muestran la importancia de los factores institucionales en la profundización del sistema financiero, y Cermeño y Roa (2013), quienes señalan que la relación entre desarrollo financiero y crecimiento, así como entre desarrollo financiero y volatilidad del crecimiento, no es nada evidente. Particular interés reviste lo que la literatura llama *equity recycling*, pues en este caso se mezclan los impactos financieros con el reciclaje. En este tema destaca el trabajo de Fairhurst y Nam (2019), quienes denominan *equity recycling* a la práctica de distribuir dividendos en conjunto con levantar *equity*.

En el contexto del reciclaje de activos, sobresalen los modelos de *vintage capital*, que estudian la durabilidad y la “antigüedad” de los activos, así como los efectos en la economía (Benhabib y Rustichini, 1991). En modelos de crecimiento endógeno en los que el capital físico es heterogéneo por razón de la antigüedad, la inclusión de *vintage capital* en el modelo AK da lugar a una dinámica particular. Este mecanismo puede contribuir a explicar las desviaciones que se observan en las tasas de crecimiento y de inversión.

También la idea del reciclaje de activos se puede contextualizar en estudios que contemplan la relación entre crecimiento económico y depreciación endógena. Estos análisis comenzaron con el trabajo seminal de Martin (1962) y continuaron con Barro (1972); en Leight (1980) se encuentran aplicaciones empíricas, pero el tema bajó su intensidad de estudio debido al fuerte supuesto de la economía –sustentado por la evidencia– que utiliza una tasa de depreciación constante y completa.

Se han dejado para el final los trabajos que están más estrechamente relacionados con el presente documento. Agénor (2013) provee un modelo de generaciones traslapadas, que resulta particularmente útil para estudiar el impacto de la infraestructura pública sobre el crecimiento. En particular, para desarrollar su modelo, Agénor (2013) establece tres mecanismos básicos que la literatura reconoce como impactos de la infraestructura en el

crecimiento. El primero se refiere a reducir los costos marginales de proveer bienes y servicios al sector privado; por ejemplo, costos de transporte y energía. El segundo es el efecto de la complementariedad de la inversión pública con la inversión privada; por ejemplo, la construcción de un camino permite el acceso a un puerto o una empresa manufacturera. Por último, el tercero es la inversión sustituta de la inversión privada (*crowding-out*). A partir de lo anterior, Agénor profundiza en la búsqueda de nuevos mecanismos mediante los cuales la infraestructura pública genera un impacto en el crecimiento económico. Entre ellos se encuentran, por ejemplo, el rol que tienen las actividades de mantenimiento y conservación de los activos públicos, y la provisión de infraestructura pública en educación, salud y sistema de agua potable.

Sin embargo, el modelo supone que la infraestructura se financia con impuestos, lo que dificulta el estudio del impacto del reciclaje de activos, financiados a través de tarifas de uso, sobre el crecimiento.

Los modelos de generaciones traslapadas (MGT) capturan diferentes interacciones de los individuos en el mercado y permiten explicar el funcionamiento macroeconómico utilizando los fundamentos microeconómicos de la economía. Samuelson (1958) introduce los MGT para modelar la optimización intertemporal de los individuos en escenarios de competencia y analizar el comportamiento agregado de economías formadas por dos o más generaciones de individuos que conviven al mismo tiempo.<sup>2</sup> Cada individuo intenta maximizar su utilidad, teniendo en cuenta su período de vida, y como resultado se producen diversos efectos agregados sobre las variables macroeconómicas fundamentales, como el consumo, el ahorro y la inversión. Posteriormente, Diamond (1965) aplica los MGT para estudiar el crecimiento económico asumiendo que las familias viven dos períodos, que en el primero ganan un ingreso por su trabajo, y que en ambos consumen. Por lo tanto, ahorran en el primer período, de modo que obtienen un retorno igual a la tasa de interés,  $r$ . El ahorro aumentado por la tasa de interés se destina al consumo en el segundo período. El resultado, a diferencia de los modelos clásicos, es que la tasa de ahorro de la economía se obtiene a partir de una optimización intertemporal del consumo.

En el modelo que se presenta en las secciones siguientes, la aplicación de un MGT es útil porque se puede analizar en cada período cómo se ve afectado el bienestar de esa generación con el crecimiento, es decir dentro de su ciclo vital y además se puede vincular la duración de los activos a los períodos en que vive cada generación.

Alternativamente, Ott y Turnovsky (2005) plantean un modelo en el cual el financiamiento del activo se realiza a través de cobros al usuario, lo que facilitaría el estudio del reciclaje de activos. Sin embargo, su modelo no considera generaciones traslapadas, lo que dificulta el estudio del impacto del reciclaje sobre el crecimiento. El modelo tampoco fue desarrollado para sustentar el reciclaje de activos, por lo que no busca explicar cómo este afecta al crecimiento. Por su parte, Agénor (2013), si bien plantea la posibilidad de incluir tarifas en los activos públicos, no desarrolla este punto. Por lo tanto, el modelo aquí presentado incorpora ambos elementos –las generaciones traslapadas y el cobro de tarifas a los

---

<sup>2</sup> Una de las características de los modelos tradicionales de crecimiento es que no se incluye el deceso de los individuos durante el horizonte de decisión. Esta característica ha traído como discusión la posibilidad de remover el supuesto, de modo que las generaciones de individuos se traslapen y, así, que intercambien entre ellos bienes y servicios, ahorro e inversión, como consecuencia natural. Dicha remoción propició el surgimiento de lo que hoy se conoce con el nombre de modelos de generaciones traslapadas (MGT).

usuarios– como necesarios para representar el reciclaje de activos, y esa es su principal contribución teórica.

### 3. El modelo

En esta sección, se propone un modelo de tres sectores, hogares, firmas y gobierno, cuyo equilibrio permitirá estudiar el rol de los activos reciclables sobre el crecimiento económico.

#### 3.1. Hogares

El primer actor que se tendrá en cuenta en este modelo son los hogares, habitados por consumidores representativos que viven dos períodos, aunque solo ofertan su trabajo en el primero de ellos. En sus actividades diarias utilizan un activo público, de demanda agregada  $G_t^{x,d}$ , que se asume tarifado, con un nivel tarifario exógeno al presente modelo. Para comenzar, se plantea el siguiente supuesto:

**Supuesto 1.1a. La población es constante, esto es:**

$$N_t = \bar{N} \quad \forall t$$

**Además, la demanda por el uso del activo reciclado se mantiene constante:**

$$G_t^{x,d} = G_{t+1}^{x,d} \quad \forall t$$

Al igual que en el modelo de referencia de Agénor (2013), se asume que los hogares son idénticos y tienen previsión perfecta.<sup>3</sup> En cada período  $t$  nacen  $N_t$  individuos, los cuales viven dos períodos, de manera que en  $t$  coexisten dos generaciones: la nacida en  $t-1$  y la nacida en  $t$ . En lo que sigue, se supondrá que únicamente los jóvenes trabajan, de manera que en su segundo período de vida cada consumidor vive de lo que rinden sus ahorros en el mercado de capitales. En cada momento  $t$  ambas generaciones pagan la tarifa de uso del activo reciclable en el correspondiente período, la cual permite su financiamiento.

La utilidad de un individuo representativo en  $t$  depende de sus niveles de consumo en  $t$  y  $t+1$  ( $c_t^t$  y  $c_{t+1}^t$ , respectivamente) y se asume dada por:

$$U_t = \ln c_t^t + \frac{\ln c_{t+1}^t}{1+\rho} \quad (1)^4$$

Con  $\rho > 0$  la tasa de descuento subjetiva intertemporal. Si se denota  $\omega_t$  al salario del individuo en  $t$  y  $s_t$  a su ahorro, se obtiene que:

<sup>3</sup> En lo posible, para facilitar la comparación con el modelo original, se mantiene la notación inicial de Agénor (2013).

<sup>4</sup> Cabe notar que el uso del activo reciclable no genera utilidad por sí mismo, sino que viabiliza el consumo (por ejemplo, se asume que viajar por la carretera no genera utilidad en sí). Solo se viabiliza el consumo del bien único que se asume en el modelo.

$$c_t^t + s_t = (1 - \tau)\omega_t - P_t^x * \frac{G_t^{x,d}}{2N}$$

Donde  $P_t^x$  denota el precio que cada individuo paga por el consumo del activo reciclable. Es decir, el salario disponible en  $t$  no solo se ve disminuido por el pago de impuestos, de tasa  $\tau$ , sino también por el pago por el uso de la infraestructura. En el período  $t+1$  el consumidor no trabaja, pero recibe el retorno de sus ahorros, a tasa  $r_{t+1}$ , y debe pagar la correspondiente tarifa de uso de la infraestructura ( $P_{t+1}^x$ ). Es decir, en el período  $t+1$  se asume que se paga por el uso del activo reciclable aun cuando en ese período no se generen ingresos.<sup>5</sup> Sigue que:

$$c_{t+1}^t = (1 + r_{t+1})s_t - P_{t+1}^x * \frac{G_{t+1}^{x,d}}{2N}$$

De donde:

$$c_t^t + \frac{c_{t+1}^t + P_{t+1}^x * \frac{G_{t+1}^{x,d}}{2N}}{(1 + r_{t+1})} = (1 - \tau)\omega_t - P_t^x * \frac{G_t^{x,d}}{2N}$$

Luego,

$$c_t^t + \frac{c_{t+1}^t}{(1+r_{t+1})} = (1 - \tau)\omega_t - \frac{P_t^x}{2N} G_t^{x,d} - \frac{P_{t+1}^x}{2N} \frac{G_{t+1}^{x,d}}{(1+r_{t+1})} \quad (2)$$

Se define  $\mu_{pt}$  de modo que:

$$\mu_{pt}\omega_t = \frac{P_t^x}{2N} G_t^{x,d} + \frac{P_{t+1}^x}{2N} \frac{G_{t+1}^{x,d}}{(1 + r_{t+1})}$$

Esto es,  $\mu_{pt}$  en la fracción de los ingresos que el consumidor paga en  $t$  por el uso de infraestructura.

$$c_t^t + \frac{c_{t+1}^t}{(1 + r_{t+1})} = (1 - \tau)\omega_t - \mu_{pt}\omega_t = (1 - \tau - \mu_{pt})\omega_t$$

**Supuesto 1.1b. Del ingreso del individuo solo una fracción se destina al pago de impuestos y a pagos por el uso.**

$$0 < (1 - \tau - \mu_{pt}) < 1 \forall t$$

De esta forma, se maximiza la función de utilidad con respecto a los niveles de consumo en  $t$  y  $t+1$ :

---

<sup>5</sup> El cambio en el modelo si se considera una tarifa de uso solamente para la generación joven es bastante directo.

$$\max_{c_t^t, c_{t+1}^t} \left[ \ln c_t^t + \frac{\ln c_{t+1}^t}{1 + \rho} \right]$$

Sujeto a (2). Se plantea el lagrangeano:

$$L = \ln c_t^t + \frac{\ln c_{t+1}^t}{1 + \rho} - \lambda_t \left( c_t^t + \frac{c_{t+1}^t}{(1 + r_{t+1})} - (1 - \tau - \mu_{pt})\omega_t \right)$$

El cual implica las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{1}{c_t^t} = \lambda_t$$

$$\frac{1}{c_{t+1}^t(1 + \rho)} = \frac{\lambda_t}{(1 + r_{t+1})}$$

Reemplazando:

$$\frac{c_{t+1}^t}{c_t^t} = \frac{(1 + r_{t+1})}{(1 + \rho)}$$

Luego, sustituyendo en (2) se obtiene:

$$c_t^t = \frac{(1 + \rho)}{(2 + \rho)} [(1 - \tau)\omega_t - \mu_{pt}\omega_t] \quad (3)$$

Luego el ahorro es:

$$s_t = (1 - \tau)\omega_t - \mu_{pt}\omega_t - c_t^t$$

De donde,

$$s_t = (1 - \tau - \mu_{pt})\omega_t - c_t^t = (1 - \tau - \mu_{pt})\omega_t - \frac{(1 + \rho)}{(2 + \rho)} (1 - \tau - \mu_{pt})\omega_t = \sigma(1 - \tau - \mu_{pt})\omega_t$$

$$s_t = \sigma(1 - \tau - \mu_{pt})\omega_t \quad (4)$$

Con

$$\sigma = \frac{1}{(2 + \rho)}$$

Y el consumo agregado en el periodo  $t$  es entonces:

$$C_t \equiv c_t^t N_t + c_t^{t-1} N_{t-1}$$

La expresión anterior representa la suma del consumo de la generación nacida en  $t$ , con el consumo en  $t$  de la generación anterior. Esta expresión relaciona el consumo personal en cada generación con el consumo agregado, siendo este último el relevante para el análisis macroeconómico que sigue.

De la expresión anterior se obtiene:

$$C_t = \{[(1 - \tau - \mu_{pt})\omega_t - s_t] + (1 + r_t)s_{t-1}\}\bar{N} \quad (5)$$

### 3.2. Firmas

Tal como lo indica Agénor (2013), se asume un continuo de firmas (0,1) indexadas por  $i$ . Esto permitirá cuantificar el total de firmas en 1, lo que, a su vez, permitirá identificar el comportamiento agregado con el comportamiento individual, puesto que todas las firmas son iguales. Las firmas producen un único bien (no almacenable) que puede ser utilizado para consumo o inversión. Cada una de ellas presenta la siguiente función de producción:

$$Y_t^i = \left[ \frac{K_t^I}{(K_t^P)^\zeta} \right]^\alpha (N_t^i)^\beta (K_t^{P,i})^{1-\beta} \quad (6)$$

Donde:

$$\zeta > 0$$

$$\alpha, \beta \in (0,1)$$

$N_t^i$  representa el número de personas empleadas por la firma  $i$ .

$K_t^{P,i}$  representa el *stock* de capital de la firma  $i$ .

$K_t^P, K_t^I$  representan el *stock* agregado de capital privado y público, respectivamente.

El término entre corchetes representa que hay rivalidad en el consumo del bien público por parte de las empresas privadas.

$K_t^{P,i} = K_t^P$  pues todas las firmas son iguales y en total suman 1.

$\int_0^1 N_t^i di = \bar{N}$  pues se asume pleno empleo.

La firma maximiza su utilidad tomando como dados los *stocks* agregados de capital público y privado. Se supone también que en equilibrio la firma no tiene beneficios. Además, las firmas no pagan por el uso de la infraestructura; por lo tanto, quienes financian los activos tarifados son los individuos, por lo que el precio por uso no se incluye en la función objetivo. Finalmente, el precio del bien producido por las firmas se asume igual a 1. Así, la firma  $i$  resuelve:

$$\max_{N_t^i, K_t^{P,i}} \Pi_t^i = \{Y_t^i - (r_t + \delta^P)K_t^{P,i} - \omega_t N_t^i\} \quad (7)$$

Sujeto a  $K_t^{P,i} = K_t^P$  y  $\int_0^1 N_t^i di = \bar{N}$

Donde la primera restricción se debe a que el total de firmas es 1, mientras que la segunda restricción se debe a que el total de personas empleadas por las firmas se asume idéntico a la oferta de trabajo, es decir, hay pleno empleo.

Los mercados de capital y de trabajo se suponen competitivos, donde:

$\delta^P$  representa la depreciación del capital privado, luego  $r_t + \delta^P$ ,  $\omega_t$  representan el precio de los correspondientes factores de producción, capital y trabajo, respectivamente.

Las condiciones de Primer Orden implican:

$$\omega_t = \frac{\beta Y_t^i}{N_t^i}$$

$$r_t = \frac{(1-\beta)Y_t^i}{K_t^{P,i}} - \delta^P$$

O a nivel agregado:

$$\omega_t = \frac{\beta Y_t}{\bar{N}} \quad (8)$$

$$r_t = \frac{(1-\beta)Y_t}{K_t^P} - \delta^P \quad (9)$$

Esto implica,

$$Y_t = \int_0^1 Y_t^i di = \Xi \left( \frac{K_t^I}{K_t^P} \right)^\alpha (K_t^P)^{1-\beta+\alpha-\zeta\alpha}, \quad \Xi = \bar{N}^\beta \quad (10)$$

### Supuesto 1.2. Buscando estructura AK.

$$\beta - \alpha(1 - \zeta) = 0$$

Entonces,

$$Y_t = \Xi \left( \frac{K_t^I}{K_t^P} \right)^\alpha K_t^P \quad (11)$$

Obsérvese que la expresión anterior tiene la forma de un modelo AK. Donde  $\Xi \left( \frac{K_t^I}{K_t^P} \right)^\alpha = A$  y  $K_t^P = K$ .

Los modelos AK se explicaron en la introducción (con la estructura  $Y_t = AK_t^P$  de modelos de crecimiento endógeno).

$$K_{t+1}^P = I_t + (1 - \delta^P) K_t^P \quad (12) \text{ (ecuación de acumulación de capital privado)}$$

### 3.3. Gobierno

En lo que sigue, se supondrá que el gobierno financia con impuestos dos tipos de activos: Z, que representa la infraestructura pública financiada con impuestos generales, y U, que representa otro tipo de activos que no contribuye al crecimiento, pero que, sin embargo, debe ser financiado por la autoridad. Por ejemplo, U puede representar gasto corriente, no relacionado a la provisión de infraestructura.

La infraestructura pública también puede obtenerse a través de la provisión privada de activos tarificables, que se denotan X, los cuales son provistos de forma privada y se financian a través de una tarifa de uso,  $P_t^X$  (véase Ott y Turnovsky, 2005).

Vale notar que estos activos reciclables generan un flujo de ingresos al Estado, y que este lo utiliza para financiar el activo, mientras que los ingresos restantes los monetiza, de manera de generar nueva infraestructura, eventualmente anterior a la existencia del activo mismo, pero usualmente posterior a él. Matemáticamente,

$$\begin{aligned}
 G_t^Z + G_t^U &= \bar{N}\tau\omega_t \\
 G_t^X &= P_t^X G_t^{X,d} \\
 G_t^Z + G_t^X &= G_t^I \\
 G_t^h &= v_h \bar{N}\tau\omega_t \quad \text{Con } h = Z, U \\
 \text{Donde } v_h &\in (0,1) \\
 v_Z + v_U &= 1
 \end{aligned}$$

La ecuación general de acumulación de capital público es ahora:<sup>6</sup>

$$K_{t+1}^I = (\varphi G_t^I)^\mu (K_t^Z)^{(1-\mu)\theta} (\gamma K_t^X)^{(1-\mu)(1-\theta)} + (1 - \delta^I) K_t^I \quad (13)$$

Con  $\delta^I \in (0,1)$  y  $\mu, \theta \in (0,1)$ , pues se está suponiendo que en el período  $t+1$  el capital puede obtenerse de varias formas: a través del gasto en infraestructura en  $t$ ,  $G_t^I$ , escalado por un factor de eficiencia en el gasto público:  $\varphi$ ; capital no depreciado en el período anterior  $(1 - \delta^I)K_t^I$ ; contribución directa del capital existente, ya sea el generado vía impuestos  $K_t^Z$  o vía pago por el uso  $K_t^X$ , a la formación del nuevo capital. El factor  $\gamma$  permite que la contribución relativa de estos dos últimos factores pueda ser diferente. Además, se supone  $0 < \theta, \mu < 1$ . Sigue entonces que la formación de capital público en el período  $t+1$  es una Cobb-Douglas entre sus componentes, más el capital que no se depreció en el período anterior.

En lo que sigue se asumirá que en cada momento  $t$  una fracción  $\mu_I$  del total de activos de infraestructura corresponde a activos tarificables, mientras que el resto, esto es, una fracción  $1 - \mu_I$  del total, se financia con impuestos generales.

<sup>6</sup> Nótese que la ecuación (13) implica, en particular, que lo recaudado por un activo reciclable se mantiene invertido en el sector infraestructura. Esto no es evidente, pues en muchos casos la recaudación generada por un activo tarificado se utiliza para cubrir déficits presupuestarios.

Ambos contribuyen con distinta eficiencia relativa a la formación de capital en el período  $t+1$ .

$$K_{t+1}^I = (\varphi G_t^I)^\mu ((1 - \mu_I) K_t^I)^{(1-\mu)\theta} (\gamma \mu_I K_t^I)^{(1-\mu)(1-\theta)} + (1 - \delta^I) K_t^I$$

O, de forma equivalente:

$$K_{t+1}^I = (\varphi G_t^I)^\mu (1 - \mu_I)^{(1-\mu)\theta} (\gamma \mu_I)^{(1-\mu)(1-\theta)} (K_t^I)^{1-\mu} + (1 - \delta^I) K_t^I$$

### Supuesto 1.3 (temporal). Los activos se deprecian completamente.

$$\delta^P = \delta^I = 1$$

En principio se supondrá una depreciación completa, es decir, el capital en  $t$  no sirve para el período  $t+1$ . Este supuesto se establece por conveniencia matemática, pero luego se levantará. Entonces, bajo el supuesto 1.3, se tiene:

$$K_{t+1}^P = I_t$$

$$K_{t+1}^I = (\varphi G_t^I)^\mu (1 - \mu_I)^{(1-\mu)\theta} (\gamma \mu_I)^{(1-\mu)(1-\theta)} (K_t^I)^{1-\mu}$$

## 3.4. Equilibrio

Como en todo modelo de crecimiento, la parte final consiste en estudiar propiedades del equilibrio.

El equilibrio en el mercado de bienes implica:

$$Y_t = C_t + K_{t+1}^P + G_t^U + G_t^I$$

El equilibrio en el mercado de capitales implica:

$$I_t = K_{t+1}^P = \bar{N} S_t$$

Para estudiar la dinámica de esta economía, nótese que:

$$K_{t+1}^P = \bar{N} S_t = \bar{N} \sigma (1 - \tau - \mu_{pt}) \omega_t = \beta \sigma (1 - \tau - \mu_{pt}) Y_t$$

Surgen entonces dos casos separados, pues presentan una dinámica distinta en equilibrio. Pero antes de analizar estos casos, se planteará un último supuesto:

### Supuesto 1.4: $\mu_{pt}$ converge a $\mu_p^*$ cuando $t \rightarrow \infty$ .

Para obtener un equilibrio se necesita que la fracción que se paga por el activo reciclable sea convergente. De lo contrario, se podría no converger a un equilibrio solo porque el pago por el uso no converge.

#### Caso 1: $\mu = 1$

En este caso el proceso de acumulación del capital público no depende directamente del *stock* anterior de capital sino solamente de lo que se decida gastar en  $t$  en infraestructura pública, como muestra la ecuación (13). Más precisamente:

$$K_{t+1}^I = \varphi G_t^I = \varphi G_t^Z + \varphi G_t^X = \varphi \tau v_Z \bar{N} \omega_t + \varphi \mu_{pt} \bar{N} \omega_t = \varphi \beta v_Z \tau Y_t + \varphi \beta \mu_{pt} Y_t \quad (14)$$

$$k_{t+1}^I \equiv \frac{K_{t+1}^I}{K_{t+1}^P} = \frac{\varphi \beta (v_Z \tau + \mu_{pt}) Y_t}{\sigma (1 - \tau - \mu_{pt}) \beta Y_t} = \frac{\varphi (v_Z \tau + \mu_{pt})}{\sigma (1 - \tau - \mu_{pt})}$$

Que converge a:

$$\tilde{k}^I = \frac{\varphi (v_Z \tau + \mu_p^*)}{\sigma (1 - \tau - \mu_p^*)} \quad (15)$$

La expresión anterior muestra un resultado interesante, distinto del de Agénor (2013). Para financiar una obra de infraestructura que cuesta  $I$ , el pago directo y los impuestos no son sustitutos perfectos. Esto es así porque del alza en impuestos solo una fracción  $v_Z$  se utiliza para el financiamiento de esa infraestructura de costo  $I$ , mientras que al financiar por pago directo es todo el monto el que contribuye al financiamiento de esa infraestructura.

Cabe destacar que en el denominador  $\tau$  y  $\mu_p^*$  sí son sustitutos, pues para el consumidor es indiferente si su ingreso disminuye por un alza de los impuestos o por un incremento en los pagos por el uso.

La tasa de crecimiento del estado estacionario del producto,  $\gamma$ , queda entonces dada por:

$$1 + \gamma = \Xi (\varphi (v_Z \tau + \mu_p^*))^\alpha \beta [\sigma (1 - \tau - \mu_p^*)]^{1-\alpha}$$

La cual es constante y no depende del nivel del *stock* de capital, lo que significa que no hay dinámica hacia el equilibrio, salvo la convergencia de  $\mu_{pt}$  a  $\mu_p^*$ . Es fácil demostrar que en este caso ambos *stocks* de capital crecen, así como el nivel de consumo también lo hace, en el límite, a la misma tasa.

Se demuestra también que la tasa de interés límite, en equilibrio es constante y está dada por:

$$\tilde{r} = (1 - \beta) \Xi \left[ \frac{\varphi (v_Z \tau + \mu_p^*)}{\sigma (1 - \tau - \mu_p^*)} \right]^\alpha - 1$$

## Caso 2: $\mu < 1$

En este caso el *stock* de capital público en  $t$ , dividido ahora en un componente tarifado y uno financiado con impuestos, afecta el nivel del *stock* en el periodo  $t+1$ . Véase la ecuación (13).

$$\frac{K_{t+1}^I}{K_t^I} = (\Xi \varphi \beta (v_Z \tau + \mu_{pt}))^\mu (k_t^I)^{-\mu(1-\alpha)} (1 - \mu_I)^\theta (1-\mu) (\gamma \mu_I)^{(1-\mu)(1-\theta)} \quad (16)$$

$$\frac{K_{t+1}^P}{K_t^P} = \Xi \beta \sigma (1 - \tau - \mu_{pt}) (k_t^I)^\alpha \quad (17)$$

Para obtener (18) se combina (16) sobre (17).

$$k_{t+1}^I = \Phi_t(k_t^I) = \frac{(\varphi\beta(v_Z\tau + \mu_{pt}))^\mu (1-\mu_I)^{\theta(1-\mu)} (\gamma\mu_I)^{(1-\mu)(1-\theta)}}{\Xi^{1-\mu}\beta\sigma(1-\tau-\mu_{pt})} (k_t^I)^{(1-\mu)(1-\alpha)} \quad (18)$$

Donde la presencia del subíndice  $t$  en la función de transición se debe a la dependencia de  $\mu_{pt}$ .

Luego, el estado estacionario, en el límite, queda definido por:

$$\tilde{k}^I = \left( \frac{(\varphi\beta(v_Z\tau + \mu_p^*))^\mu (1-\mu_I)^{\theta(1-\mu)} (\gamma\mu_I)^{(1-\mu)(1-\theta)}}{\Xi^{1-\mu}\beta\sigma(1-\tau-\mu_p^*)} \right)^{1/1-(1-\mu)(1-\alpha)} \quad (19)$$

Nótese que en el caso particular cuando  $\mu = 1$  se recupera la expresión (15).

Y la tasa de crecimiento del producto es:

$$1 + \gamma_{t+1} = \frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \Xi(k_{t+1}^I)^\alpha \beta\sigma(1 - \tau - \mu_{pt})$$

O, sustituyendo el estado estacionario, se obtiene una tasa de crecimiento límite de:

$$1 + \gamma = \Xi \left( \frac{(\varphi\beta(v_Z\tau + \mu_p^*))^\mu (1-\mu_I)^{\theta(1-\mu)} (\gamma\mu_I)^{(1-\mu)(1-\theta)}}{\Xi^{1-\mu}\beta\sigma(1-\tau-\mu_p^*)} \right)^{\alpha/1-(1-\mu)(1-\alpha)} \beta\sigma(1 - \tau - \mu_p^*)$$

### Depreciación parcial

En esta sección se introducirá una depreciación parcial del activo reciclable. Esto es, la infraestructura que no se ha depreciado en  $t$  sigue siendo útil, al menos parcialmente, en  $t+1$ . La idea es rescatar que, en el caso de los activos reciclables, al ser administrados de forma privada, se extiende su vida útil. Para ello, seguimos a Yuan y Li (2017), quienes, mediante el uso de simulaciones de Montecarlo, muestran la importancia de proveer los incentivos correctos al sector privado para que este construya y gestione adecuadamente la infraestructura pública.

Los autores muestran que un esquema de APP es superior a un esquema de provisión directa, pues el sector privado recibe el incentivo correcto para incorporar las mejores decisiones de construcción y operación de la infraestructura pública, extendiendo la vida útil del activo, dado que ello afectará sus propios beneficios futuros. Intuitivamente, la idea es que en el contrato que se establece con el privado se determina que este enfrente las consecuencias de sus decisiones de construcción y operación, de manera que tome las mejores opciones disponibles en las respectivas etapas. En el contexto de los activos reciclables esto significa que, al cerrar un contrato con un privado para construir y mantener la infraestructura que dará origen a un flujo de ingresos, resulta más conveniente el uso de un esquema de APP frente a una contratación tradicional, pues con la modalidad de APP se logra que el privado incorpore de mejor manera las opciones asociadas a la construcción y al mantenimiento de la infraestructura.<sup>7</sup>

<sup>7</sup> En estricto rigor, también los activos reciclables podrían ser generados por el sector público. Efectivamente no es categórico argumentar que el reciclaje de activos debería realizarse solamente a través de provisión privada

En el contexto de nuestro modelo, esto puede incorporarse a través de una depreciación parcial de los activos públicos, pues se asume que se entregan los incentivos correctos para el mantenimiento de la infraestructura. Finalmente, dos elementos clave para tener en cuenta son los siguientes: 1) la extensión de la vida útil de los activos no es automática al introducir activos reciclables, sino que pasa por establecer correctamente un contrato que presente los incentivos para mantener la infraestructura, y 2) dada la simetría de este modelo, el suponer una depreciación parcial de los activos públicos lleva a suponer también una depreciación parcial de los activos privados, de manera equivalente, se levanta el supuesto 1.3. En el anexo 1 se verá que se requiere una condición adicional para lograr convergencia. Es fácil demostrar que, como antes, se obtienen dos casos con depreciación parcial:

**Caso 1:  $\mu = 1$**

$$k_{t+1}^I \equiv \frac{K_{t+1}^I}{K_{t+1}^P} = \Phi_t(k_t^I) = \frac{\Xi\varphi\beta(v_Z\tau + \mu_{pt})(k_t^I)^{-(1-\alpha)} + 1 - \delta^I}{\Xi\sigma\beta(1-\tau-\mu_{pt})(k_t^I)^\alpha + 1 - \delta^P} k_t^I \quad (20)$$

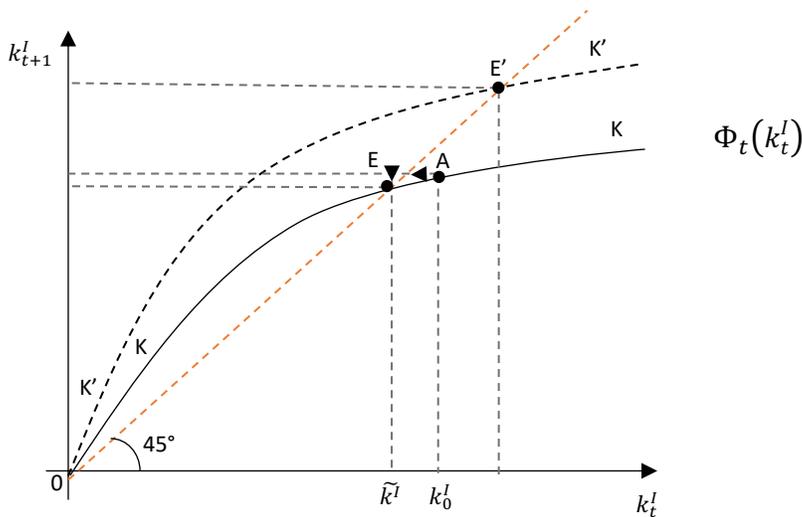
**Caso 2:  $\mu < 1$**

$$\begin{aligned} \frac{K_{t+1}^I}{K_t^I} &= (\Xi\varphi(v_Z\tau + \mu_{pt})\beta)^\mu (k_t^I)^{-\mu(1-\alpha)} (1 - \mu_I)^{\theta(1-\mu)} (\gamma\mu_I)^{(1-\mu)(1-\theta)} + 1 - \delta^I \\ \frac{K_{t+1}^P}{K_t^P} &= \Xi\beta\sigma(1 - \tau - \mu_{pt})(k_t^I)^\alpha + 1 - \delta^P \\ k_{t+1}^I \equiv \Phi_t(k_t^I) &= \frac{(\Xi\varphi\beta(v_Z\tau + \mu_{pt}))^\mu (k_t^I)^{-\mu(1-\alpha)} (1 - \mu_I)^{\theta(1-\mu)} (\gamma\mu_I)^{(1-\mu)(1-\theta)} + 1 - \delta^I}{\Xi\beta\sigma(1-\tau-\mu_{pt})(k_t^I)^\alpha + 1 - \delta^P} k_t^I \end{aligned} \quad (21)$$

---

ya sea por concesiones o contratos APP. Esta es una gran pregunta no resuelta aún en la literatura teórica ni empírica. Además de los argumentos de Coase (1937 y 1960), Williamson (1979), Hart (2003) y otros, en la última década ha habido avances operacionales con la introducción del *value for money* como técnica para analizar la conveniencia de una modalidad u otra. Véase Petersen (2019). Sin embargo, estimamos que incluir la discusión en este artículo nos aleja de la idea central que estamos desarrollando.

Gráficamente:<sup>8</sup>



**Gráfico 1: dinámica de transición de  $k_t^I$  a  $k_{t+1}^I$ .**

El gráfico muestra el proceso de ajuste basado en la ecuación de transición en presencia de activos tarificables y depreciación parcial, donde la curva de transición en  $t$  se representa por la curva  $KK$ . Partiendo de un nivel inicial  $k_t^I = k_0^I$  fuera de equilibrio, la dinámica del sistema muestra el nivel  $k_{t+1}^I$ . Dada la convergencia puntual de  $\Phi_t(\cdot)$  el equilibrio es denotado, con un pequeño abuso de notación, por el punto  $E$ . Si los parámetros cambiaran de manera tal que la curva de transición en  $t$  fuera representada por la línea punteada, entonces el equilibrio así entendido estaría dado por  $E'$ . Por ejemplo, la depreciación parcial de la infraestructura pública nos permitiría pasar de la línea continua a la segmentada. Esto da lugar a algún espacio para políticas públicas, pues, como se verá, el crecimiento será una función creciente de  $\tilde{k}^I$ .

#### 4. Implicancias sobre el crecimiento

El objetivo de esta sección es mostrar que efectivamente la presencia de activos reciclables contribuye al crecimiento económico. Para ello, se recurrirá al modelo desarrollado en las secciones anteriores y se podrá apreciar cómo los atributos de los llamados activos reciclables permiten concluir que dichos activos impactan positivamente en el crecimiento económico.

De las secciones anteriores se sabe que:

<sup>8</sup> En el anexo 1 se demuestra que, en efecto, bajo supuestos razonables, la curva de transición tiene pendiente positiva y es cóncava como en la figura.

$$Y_t = \Xi \left( \frac{K_t^I}{K_t^P} \right)^\alpha K_t^P$$

$$K_{t+1}^P = \bar{N} s_t = \bar{N} \sigma (1 - \tau - \mu_{pt}) \omega_t = \beta \sigma (1 - \tau - \mu_{pt}) Y_t$$

De donde:

$$Y_{t+1} = \Xi (k_{t+1}^I)^\alpha \beta \sigma (1 - \tau - \mu_{pt}) Y_t$$

Luego, la tasa de crecimiento en  $t$  es  $\gamma_t$  y está dada por:

$$1 + \gamma_{t+1} = \frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \Xi \left( \Phi_t(k_t^I) \right)^\alpha \beta \sigma (1 - \tau - \mu_{pt})$$

Luego un factor que desplace la función  $\Phi_t(\cdot)$  hacia arriba, ceteris paribus, impactará positivamente en el crecimiento. Este es el caso cuando hay depreciación parcial de los activos públicos. por ejemplo, si  $\delta^I < 1$  con  $\delta^P = 1$ , la función de transición se desplaza hacia arriba, desde la línea continua hasta la línea punteada en el gráfico 1, lo que implica un  $\tilde{k}^I$  de equilibrio mayor y, por ende, un mayor crecimiento.

Por ejemplo, en el caso del modelo base de Agénor (2013), con  $\mu = 1$ , se obtiene esta misma estructura, pero la función  $\Phi_t(\cdot)$  es constante, es decir, no depende ni de  $t$  ni de  $k_t^I$ , esto es, al no existir  $\mu_{pt}$ , queda  $\Phi_t(\cdot)$  independiente de  $t$ , y al no depender de  $k_t^I$ , queda una tasa de crecimiento constante.

Así, en el caso general, los activos reciclables contribuyen al crecimiento por dos vías:

1. A través de la depreciación parcial de los activos públicos.
2. Al otorgar una forma de financiamiento directa, vía pago por el uso, que resulta menos onerosa que financiar vía impuestos.

Se concluye entonces que existen argumentos para sostener que los activos reciclables efectivamente pueden contribuir al crecimiento económico.

## 5. Conclusiones

Tal como se planteó al inicio, el objetivo de este documento era modelar la existencia de los llamados “activos reciclables”, así como mostrar que este tipo de activos puede contribuir al crecimiento económico. En el artículo se establecen dos características principales de los activos reciclables: primero, que se financian a través de la tarifa de uso y, segundo, que una administración privada eficiente de dichos activos puede contribuir a extender su durabilidad. En el modelo presentado, los activos reciclables significan para el Estado un flujo de ingresos, relacionado con la demanda de los mismos. Con este flujo el Estado financia el activo mismo y con los flujos residuales financia, total o parcialmente, otros bienes públicos. En este sentido, la infraestructura existente o programada financia nueva infraestructura. Así, produce un impacto positivo en el crecimiento económico, por dos canales. Primero, mediante la extensión de la vida útil de los activos sujetos a la operación de reciclaje, y segundo, por la reinversión de los recursos recolectados en nueva

infraestructura. La incorporación de dichos recursos al gasto corriente (además de generar las esperadas dificultades legales) no tendría los efectos en términos de crecimiento que se exponen en este trabajo.

Como se planteó también al inicio, la idea de los activos reciclables se ha puesto en práctica sin contar con un sustento teórico que ayude a comprender cómo esta estrategia contribuye al crecimiento económico. En este artículo se ha propuesto un modelo de acuerdo con el cual la provisión de infraestructura financiada con tarifas por el uso y a través de un operador privado eficiente que incremente la vida útil de la infraestructura puede contribuir al crecimiento económico.

Finalmente, hay dos aspectos que deben mencionarse, pues se abordaron tangencialmente en el modelo. El primero de ellos se refiere a la estabilidad fiscal, que en este modelo no se ve comprometida al introducir una política de activos reciclables, simplemente debido a que estos se financian con una tarifa por el uso y, por lo tanto, no hay un compromiso extra de fondos públicos. El segundo se relaciona con la aceptación pública del financiamiento vía tarifa de uso. En el modelo se ha visto que, en efecto, esta estrategia reduce el ingreso disponible de cada consumidor, lo que constituye un problema político, pues la ciudadanía podría oponerse a la existencia de los activos reciclables. Una forma de atenuar este potencial problema es informar qué activos se subsidiarán con los recursos obtenidos de la tarifa de uso del activo reciclable, de modo de hacer más transparente el esquema y que quede claro el beneficio para los contribuyentes.

## Bibliografía

- Acemoglu, D., S. Johnson y J. A. Robinson. 2005. Institutions as a fundamental cause of long-run growth, [in:] Aghion, P. y S. Durlauf (eds.), *Handbook of Economic Growth*, Elsevier, Amsterdam, Vol. 1, Part A, pp. 385-472.
- Agénor, P-R. 2013. *Public Capital, Growth and Welfare*, Analytical Foundations for Public Policy. Nueva Jersey, NJ: Princeton University Press.
- Aghion, P. y P. Howitt. 1992. A model of growth through creative destruction. *Econometrica*, Vol. 60(2): 323-351
- Allen, F., E. Carletti, J. “QJ” Qian y P. Valenzuela. 2004. Does Finance Accelerate or Retard Growth? Theory and Evidence, Working Paper 4, Global Citizen Foundation.
- Aschauer, D. 1989a. Is Public Expenditure Productive? *Journal of Monetary Economics*, Vol. 23(2) (marzo): 177-200.
- . 1989b. Public Investment and Productivity Growth in the Group of Seven. *Economic Perspectives*, Vol. 13(5): 17-25.
- . 1989c., Does Public Capital Crowd Out Private Capital? *Journal of Monetary Economics*, Vol. 24(2): 171-188.
- Barro, R. 1972. Monopoly and Contrived Depreciation. *The Journal of Political Economy*, 80.
- . 1990. Government spending in a simple model of endogenous growth. *Journal of Political Economy*, Vol. 98(5): S103-S125.
- Barro, R. y X. Sala-i-Martin. 2004. *Economic growth*. New York, NY: McGraw-Hill.
- Benhabib, J. y A. Rustichini. 1991. Vintage Capital, Investment, and Growth. *Journal of Economic Theory*, 55.
- Berden, K. G. y C. van Marrewijk. 2001. Maintenance costs, obsolescence, and endogenous growth, Working Paper, Tinbergen Institute.
- Cantú, C. 2017. Defining Infrastructure and its Effect on Economic Growth. *Equilibrio Económico, Revista de Economía, Política y Sociedad*, Vol. 13(1) (Semestre enero-junio de 2017), 43: 77- 104.
- Cermeño, R. y M. J. Roa. 2013. *Desarrollo Financiero, Crecimiento y Volatilidad: Revisión de la Literatura Reciente*, Documentos de Investigación, CEMLA.
- Coase, R. 1937. The Nature of the Firm. *Econmica*, Vol. 4(16): 386-405.
- . 1960. The problem of Social Cost. *Journal of Law and Economics*, No. 2.
- Departamento del Tesoro del Gobierno de Australia. 2019. *Review of the National Partnership Agreement on Asset Recycling*, TSY/AU. Canberra: Departamento del Tesoro del Gobierno de Australia.
- Diamond, P. 1965. National Debt in a Neoclassical Growth Model. *The American Economic Review*, 55(5):1126-1150.

- Domar, E. 1947. Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. *Econometrica* 14(2).
- Fairhurst, D. e Y. Nam. 2019. The practice of and motivation for equity recycling: Evidence from the Asia-Pacific region. *Pacific-Basin Finance Journal*, Vol. 57 (octubre).
- FEM (Foro Económico Mundial). 2017. Recycling our Infrastructure for Future Generations. Ginebra: FEM. Disponible en [http://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Recycling\\_our\\_Infrastructure\\_for\\_Future\\_Generations\\_report\\_2017.pdf](http://www3.weforum.org/docs/WEF_Recycling_our_Infrastructure_for_Future_Generations_report_2017.pdf).
- Frow, N., D. Marginson y S. Ogden. 2010. Continuous budgeting: Reconciling budget flexibility with budgetary control. *Accounting, Organizations and Society*, 35: 444-461.
- Giglio, J., J. Friar y W. Crittenden. 2018. Integrating lifecycle asset management in the public sector. *Business Horizons*, Vol. 61(4): 511-519.
- Gómez, J. L., S. Hinojosa y A. L. Mascle-Allemand. 2018. Despertando el capital cultural: Mejorando el rendimiento fiscal de los activos arqueológicos, históricos y culturales. Documento de trabajo IDB- DP- 642. Washington, D.C.: BID. Disponible en <http://dx.doi.org/10.18235/0001453>.
- González, A. y S. Hinojosa. 2016. Despertando el Capital Dormido: Fundamentos del Fondo de Infraestructura en Chile y Análisis del Proyecto de Ley. Nota técnica. Programa para el Impulso de Asociaciones Público-Privadas (PIAPPEM). Washington, D.C.: BID.
- Gramlich, E. 1994. Infrastructure Investment: A Review Essay. *Journal of Economic Literature*, Vol. 32(3): 1176-1196.
- Harrod, R. 1939. An Essay in Dynamic Theory. *Economic Journal*, 49 (193).
- Hart, O. 2003. Incomplete Contracts and Public Ownership: Remarks and an Application to the Public Private Partnerships. *The Economic Journal*, No. 113.
- Javid, M. 2019. Public and Private Infrastructure Investment and Economic Growth in Pakistan: An Aggregate and Disaggregate Analysis. *Sustainability*, 11.
- King, R. y R. Levine. 1993. Finance and Growth: Schumpeter can be right. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 108(3): 718-737.
- Lee, M., X. Han, R. Gaspar y E. Alano. 2018. Deriving Macroeconomic Benefits from Public-Private Partnerships in Developing Asia. Documento de trabajo 551. Mandaluyong: Banco Asiático de Desarrollo.
- Leigh, W. A. 1980. Economic Depreciation of the Residential Housing Stock of the United States 1950-1970. *The Review of Economics and Statistics*, 62.
- Licandro, O., L. Puch y J. R. Ruiz-Tamarit. 2001. Optimal growth under endogenous depreciation, capital utilization and maintenance costs. *Investigaciones Económicas*, XXV(3): 543-559.
- Lucas, R. Jr. 1988, On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22: 3-42.

- , 1993. Making a miracle. *Econometrica*, Vol. 61(2): 251-272.
- Marsh&McLennan Companies. 2018. Infrastructure Asset Recycling, Insights for governments and investors. Nueva York, NY: Asia Pacific Risk Center.
- Martin, D. D. 1962. Monopoly Power and the Durability of Durable Goods. *Southern Economic Journal*, 28.
- Masclé-Allemand, A. L., S. Hinojosa y J. L. Gómez. 2020. Desenterrando tesoros, mejorando el rendimiento fiscal del capital histórico y cultural: aplicación al barrio La Floresta en Quito. Documento de trabajo IDB-WP-1094. Washington, D.C.: BID.
- Mansilla, P. y J. M. Vassallo. 2020. Innovative Infrastructure Fund to Ensure the Financial Sustainability of PPP Projects: The Case of Chile. *Sustainability* 2020, 12 (23): 9965. Special Issue Public-Private Partnerships for Sustainable Infrastructure Development.
- Munnell, A. 1992. Infrastructure Investment and Economic Growth. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 6(4): 189-198.
- Ott, I. y S. Turnovsky. 2005. Excludable and Non-excludable Public Inputs: Consequences for Economic Growth. Documento de trabajo de CESIFO 1423 (marzo). Disponible en <https://www.jstor.org/stable/3874064>.
- Oulton, N. 1995. Depreciation, Obsolescence and the Role of Capital in Growth Accounting. *Bulletin of Economic Research*, 47(1): 21-33.
- Patriarca, F. y C. Sardoni. 2014. Growth with Unused Capacity and Endogenous Depreciation. Documento de trabajo 795 (abril). Roma: Sapienza University of Rome.
- Petersen, H. O. 2019. Evaluating the Costs, Quality, and Value for Money of Infrastructure Public-Private Partnerships: A Systematic Literature Review. *Annals of Public and Cooperative Economics* 90(2).
- Phelps, E. 1961. The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen, *American Economic Review*, Vol. 51.
- Rebelo, S. 1991. Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy*, 99: 500-521.
- Romer, P. 1986. Increasing Returns and Long-run Growth. *Journal of Political Economy*, 94(5): 1002-37.
- Samuelson, P. 1958. An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money. *Journal of Political Economy*, 66(6): 467-82.
- Solow, R. 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70(1).
- Swan, T. W. 1956. Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record*, 32.
- Timilsina, G. R., G. Hochman y Z. Song. 2020. Infrastructure, Economic Growth, and Poverty: A Review (May 1, 2020). Documento de trabajo de investigación de políticas No. 9258. Washington, D.C.: Banco Mundial. Disponible en <https://ssrn.com/abstract=3612420>.

- Williamson, O. E. 1979. Transaction Cost Economics: The Governance of Contractual Relations. *Journal of Law and Economics*, 22(octubre): 233-261.
- Yescombe E. R. y E. Farquharson. 2018. *Public-Private Partnerships for Infrastructure, Principles of Policy and Finance* (segunda edición). Ámsterdam: Butterworth-Heinemann (Elsevier).
- Yuan, X-X. e Y. Li. 2017. Understanding the Residual Value Risks of Highway Pavements in Public-Private Partnerships, A Real Option Approach, Corpus ID: 209514714.

## Anexo 1

### Estudio de la función $\Phi_t(k_t^I)$ .

Se analizará el caso  $\mu = 1$ .

El caso  $\mu < 1$ , es análogo.

Sean

$$x = k_t^I$$

$$a = \Xi\varphi\beta(v_Z\tau + \mu_{pt}) > 0$$

$$b = 1 - \delta^I > 0$$

$$c = \Xi\sigma\beta(1 - \tau - \mu_{pt}) > 0$$

$$e = 1 - \delta^P > 0$$

Se supone además  $\delta^I < \delta^P$

Entonces, la función a analizar es:

$$\Phi_t(x) = \frac{ax^{\alpha-1} + b}{cx^\alpha + e}x$$

Donde el subíndice  $t$  es porque  $c$  depende de  $t$  a través de  $\mu_{pt}$ . Se omite este subíndice  $t$  de  $c$  para no recargar la notación.

Demostración de función creciente:

$$\Phi_t'(x) = \frac{a(\alpha - 1)x^{\alpha-1}(cx^\alpha + e) - cax^{\alpha-1}(ax^{\alpha-1} + b)}{(cx^\alpha + e)^2}x + \frac{ax^{\alpha-1} + b}{cx^\alpha + e}$$

$$\Phi_t'(x) = \frac{-acx^{2\alpha-1} + ae(\alpha - 1)x^{\alpha-1} - bcax^\alpha + (ax^{\alpha-1} + b)(cx^\alpha + e)}{(cx^\alpha + e)^2}$$

$$\Phi_t'(x) = \frac{-acx^{2\alpha-1} + ae(\alpha - 1)x^{\alpha-1} - bcax^\alpha + (ax^{\alpha-1} + b)(cx^\alpha + e)}{(cx^\alpha + e)^2}$$

$$\Phi_t'(x) = \frac{aeax^{\alpha-1} + be + bcx^\alpha(1 - \alpha)}{(cx^\alpha + e)^2}$$

Luego  $\Phi_t'(x) \geq 0 \forall x \geq 0$  y luego la función es creciente en el dominio relevante.

Demostración de concavidad:

$$\begin{aligned}
\Phi_t''(x) &= \frac{(ae\alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2} + bc\alpha(1-\alpha)x^{\alpha-1})(cx^\alpha + e)^2 - 2cax^{\alpha-1}(cx^\alpha + e)(aeax^{\alpha-1} + be + bcx^\alpha(1-\alpha))}{(cx^\alpha + e)^4} \\
&= \frac{\alpha(\alpha-1)x^{\alpha-1}(aex^{-1} - bc)(cx^\alpha + e) - 2cax^{\alpha-1}(aeax^{\alpha-1} + be + bcx^\alpha(1-\alpha))}{(cx^\alpha + e)^3} \\
&= \frac{(ae\alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2} + bc\alpha(1-\alpha)x^{\alpha-1})(cx^\alpha + e) - 2cax^{\alpha-1}(aeax^{\alpha-1} + be + bcx^\alpha(1-\alpha))}{(cx^\alpha + e)^3} \\
&= \frac{ae\alpha(\alpha-1)x^{2\alpha-2} + ae^2\alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2} + bc^2\alpha(1-\alpha)x^{2\alpha-1} + bce\alpha(1-\alpha)x^{\alpha-1} - 2ae\alpha^2x^{2\alpha-2} - 2bceax^{\alpha-1} - 2bc^2\alpha(1-\alpha)x^{2\alpha-1}}{(cx^\alpha + e)^3} \\
&= \frac{-(ae\alpha(1+\alpha)x^{2\alpha-2} + ae^2\alpha(1-\alpha)x^{\alpha-2} + bceax^{\alpha-1}(\alpha+1) + bc^2\alpha(1-\alpha)x^{2\alpha-1})}{(cx^\alpha + e)^3}
\end{aligned}$$

Luego  $\Phi_t''(x) < 0 \quad \forall x > 0$  y luego la función es cóncava en el dominio relevante.

**Límites:**

Se deben chequear los valores extremos de la derivada:

Por L'Hopital:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \Phi_t'(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ae\alpha(\alpha - 1)x^{\alpha-2} + bc\alpha x^{\alpha-1}(1 - \alpha)}{2c\alpha x^{\alpha-1}(cx^\alpha + e)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \Phi_t'(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\alpha x^{\alpha-1}(ae(\alpha - 1)x^{-1} + bc(1 - \alpha))}{2c\alpha x^{\alpha-1}(cx^\alpha + e)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \Phi_t'(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - \alpha)(bc - aex^{-1})}{2c(cx^\alpha + e)} = 0$$

Además:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \Phi_t'(x) = \frac{b}{e} > 1$$